

Übungen zu **Numerik (für Geowissenschaftler)**¹

Ü1 (*Binäre Zahlen*) Wie lautet die duale Darstellung

- der Dezimalzahl 111 ($=111_{10}$), und
- des Dezimalbruchs $\frac{1}{5}$ ($=\frac{1}{5}_{10}$).

Ü2 (*Lineare Gleichungen*)

- Ein Moselschiff gleitet flußabwärts mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 22.5 km/h. Flußaufwärts beträgt die Geschwindigkeit lediglich 19.5 km/h. Wie schnell fließt die Mosel? (Breite, Tiefe, Menge)
- Welcher Vektor $x \in \mathbb{R}^3$ erfüllt $Ax = b$
mit $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ und $b = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}$.

Ü3 (*Nichtlineare Gleichungen*)

- Der Umfang eines Rechtecks beträgt 49 cm, sein Flächeninhalt 111 cm². Wie lang sind seine Kanten?
- Auf Schloss Königstein befindet sich ein Brunnen. Wirft man einen Stein² hinein, so hört man nach 6.02 Sekunden den Aufschlag auf der Wasserfläche. Wie tief ist der Brunnen?³

Ü4 (*Visualisierung*) Visualisieren Sie die Funktionen

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, t \mapsto \begin{pmatrix} t^2 \\ t \\ t^3 \end{pmatrix}.$$

¹Sie müssen nicht alle Aufgaben bearbeiten, nur nach Lust und Zeit (und Interesse)...

²Anmerkung: Es ist natürlich NICHT sinnvoll, Steine in diesen Brunnen zu werfen. Daher schütten die Führer Wasser aus einem Eimer hinein. Den *Aufschlag sieht* man nach ca. 20 Sekunden.

³Erdbeschleunigung 9.81 m/sec², Schallgeschwindigkeit 340 m/sec

Ü5 (Ableitung) Es sei $g\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = x_1^4 + x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2e^{x_2} + 6$. Bestimmen Sie die Ableitung an der Stelle \bar{x} .

Ü6 (Ableitung) Es sei

$$G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} g_1\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) \\ g_2\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1^2 \\ x_2^2 - x_1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Matrix der Ableitungen

$$DG(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial g_1}{\partial x_2}(\bar{x}) \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial g_2}{\partial x_2}(\bar{x}) \end{bmatrix}$$

an der Stelle \bar{x} .

Ü7 (Programmierung) Benutzen Sie die matlab-function *mldivide* (oder was immer Sie wollen), um die Gleichungssysteme von Aufgabe 2 zu lösen.