

Diskretisiert man die Aufgabe

$$\begin{aligned}
 -\Delta u(x_1, x_2) &= f(x_1, x_2), & (x_1, x_2) \in (0, 1)^2 \\
 u(x_1, x_2) &= 0, & (x_1, x_2) \in \partial((0, 1)^2)
 \end{aligned}$$

mit dem Stern

$$-\Delta u \approx \frac{1}{h^2} \begin{bmatrix} & -1 & \\ -1 & 4 & -1 \\ & -1 & \end{bmatrix} u$$

so entsteht mit  $h = 1/N$  für  $N = 2^p, p = 2, 3, \dots$  und *zeilenweiser* Numerierung der Unbekannten  $x_{ij} \approx u(x(i * h_x, j * h_y))$ ,  $i, j = 1, \dots, N - 1$  erhält man ein lineares Gleichungssystem  $Ax = b$  mit dünnbesetzter, symmetrisch, positiv definiten Matrix.

N	dim	nz	%	voll
4	9	33	40.7	81
8	49	217	9	2401
16	225	1065	2.1	50625
32	961	4681	0.1	913911
64	3969	19593	6.3-10	15752961

Tabelle 1: Dimension und Speicherbedarf

Die Struktur (bei dieser Numerierung) und die Dünnsbesetztheit sieht man an folgenden Bildern der Matrizen für  $n = 4, 8, 16$  mit Dimensionen  $9 \times 9, 49 \times 49, 225 \times 225$ .

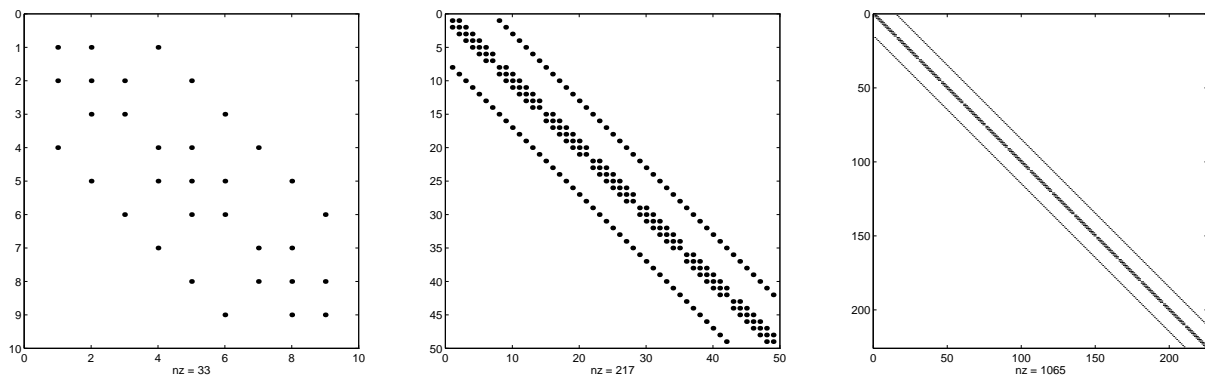


Tabelle 2: Dünnsbesetztheit der Matrizen

Die Form kann durch verschiedene Umordnungs-  
Algorithmen (oder Numerierungen) verändert werden.

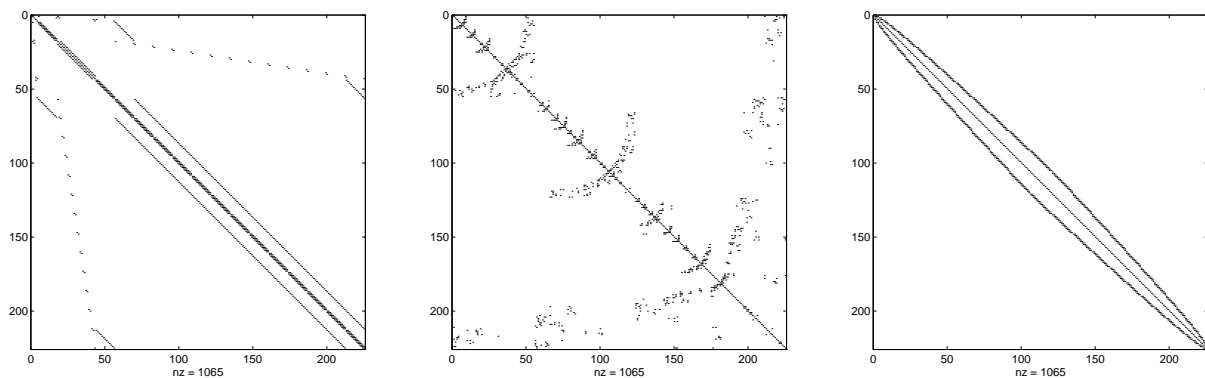


Tabelle 3: Umnummerierung