

Übungen zu **Elemente der Linearen Algebra**

Übungsblatt 8*

Aufgabe 1 (6 Punkte) Die \mathbb{K} -lineare Abbildung $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei bzgl. der Einheitsbasen (e_1, e_2, e_3) in \mathbb{R}^3 bzw. (e_1, e_2) in \mathbb{R}^2 durch die Abbildungsmatrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ gegeben. Welche Dimension

- i) hat $\ker(A)$,
- ii) das $\text{Bild}(A)$?

Aufgabe 2 (6 Punkte) Es seien $u = (2, 1)^T$, $v = (1, -1)^T \in \mathbb{R}^2$. Bestimmen Sie die Fläche des durch u und v aufgespannten Parallelogramms. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Determinante von $A = [u, v]$.

Aufgabe 3 (6+2+4 Punkte) Gegeben sei die Matrix $A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- a) Geben Sie A_π und $A_{2\pi}$ an.
- b) Wie sieht das Bild eines Vektors $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ aus?
- c) Bestimmen Sie $A_\alpha^2 = A_\alpha \cdot A_\alpha$.
Was bewirkt die Anwendung von A_α^2 auf einen Vektor x ?