Manfred Ries WS 2019/20 05.11.19

Übungen zu **Elemente der Linearen Algebra**

Übungsblatt 2*

Aufgabe 1 (*8 Punkte*) Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität:

a) $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, definiert durch $x \mapsto (x+1, x-1)$

b) $f_2 : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, definiert durch $(x_1, x_2) \mapsto (x_1 + 3, x_2 - 2)$

c) $f_3 : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, definiert durch $(x_1, x_2) \mapsto (x_1 + x_2, x_1 - x_2)$

d) $f_4 : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, definiert durch $(x_1, x_2) \mapsto (x_1 \cdot x_2, x_1 + x_2)$

Aufgabe 2 (*6 Punkte*) Es sei G eine abelsche Gruppe. Bezglich der Addition sei das neutrale Element e und das inverse Element zu $a \in G$ sei a^{-1}. Auf der Menge $G \times G$ wird die komponentenweise Addition $x + y$ zweier Elemente $x = (x_1, x_2) \in G \times G$ und $y = (y_1, y_2) \in G \times G$ wie folgt definiert:

$$(x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2)$$

Ist $(G \times G, +)$ eine abelsche (kommutative) Gruppe?

Aufgabe 3* (*4+2+2 Punkte*) Es sei $X = \{\spadesuit, \heartsuit\}$ eine zweielementige Menge.

a) Definieren Sie eine Addition $\boxplus : X \times X \longrightarrow X$ so, daß $(X, \boxplus)$ eine (kommutative, additive) Gruppe ist.

b) Definieren Sie eine Multiplikation $\boxtimes : X \times X \longrightarrow X$ so, daß $(X, \boxtimes)$ eine (kommutative, multiplikative) Gruppe ist.

c) Bilden $(X, \boxplus, \boxtimes)$ einen Körper?

*Besprechung: 13.11.19